

### **Итоговые контрольные вопросы по «Высшей математике–3»**

1. Дайте определение комплексного числа в алгебраической форме и объясните его геометрическую интерпретацию на комплексной плоскости.
2. Объясните, как выводится тригонометрическая форма комплексного числа и в каких случаях её использование наиболее удобно.
3. Запишите показательную форму комплексного числа и раскройте роль формулы Эйлера при её построении.
4. Сформулируйте и докажите формулу Муавра, а также приведите примеры её применения для возведения комплексных чисел в степень.
5. Объясните процесс извлечения корней из комплексного числа и опишите геометрическое расположение корней на комплексной плоскости.
6. Покажите, как вычисляется модуль и аргумент комплексного числа, и объясните их геометрический смысл.
7. Что представляет собой плоскость Аргана и как на ней изображаются комплексные числа?
8. Опишите процедуру выполнения основных операций над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление.
9. Раскройте понятие многозначного аргумента комплексного числа и его особенности.
10. Дайте определение функции комплексного переменного и приведите несколько типичных примеров таких функций.
11. Объясните, каким образом определяется область определения функции комплексного переменного.
12. Дайте строгое определение предела функции комплексного переменного и сравните его с пределом в действительном анализе.
13. Опишите условия непрерывности функции комплексного переменного.
14. Объясните, что означает дифференцируемость функции комплексного переменного и чем она отличается от дифференцируемости в действительной области.

15. Запишите уравнения Коши–Римана и объясните их аналитический и геометрический смысл.
16. Дайте определение аналитической функции и перечислите её важнейшие свойства.
17. Дайте определение гармонической функции и объясните её связь с уравнением Лапласа.
18. Объясните, каким образом по гармонической функции можно восстановить аналитическую функцию.
19. Дайте определение интеграла от функции комплексного переменного по контуру и опишите основные свойства контурного интегрирования.
20. Сформулируйте теорему Коши о циркуляции и поясните её значение в комплексном анализе.
21. Запишите интегральную формулу Коши и объясните, как она используется для вычисления значений аналитической функции.
22. Выведите обобщённую интегральную формулу Коши для производных аналитической функции.
23. Объясните физико-геометрический смысл аналитичности функции в окрестности точки.
24. Раскройте понятие особой точки функции комплексного переменного и необходимость её классификации.
25. Объясните поведение аналитической функции в окрестности полюса первого порядка.
26. Дайте определение ветвления и многозначности для функций типа  $\sqrt{z}$  и  $\ln(z)$ .
27. Поясните, зачем используется аналитическое продолжение и в каких случаях оно необходимо.
28. Объясните различие между устранимой особенностью, полюсом и существенной особенностью функции.
29. Охарактеризуйте особенности поведения функции в окрестности существенной особенности.

30. Приведите примеры функций, обладающих различными типами особых точек, и объясните их особенности.
31. Дайте определение степенного ряда и объясните понятие области его сходимости.
32. Объясните правила и условия разложения функции в ряд Тейлора.
33. Запишите общее выражение для ряда Тейлора и поясните смысл его коэффициентов.
34. Поясните, каким образом определяется радиус сходимости ряда Тейлора.
35. Дайте определение ряда Лорана и запишите его общее выражение.
36. Объясните, как формируются внутреннее и внешнее кольца сходимости ряда Лорана.
37. Дайте классификацию изолированных особых точек функции комплексного переменного.
38. Объясните особенности поведения функции вблизи полюса высшего порядка.
39. Объясните, как по разложению Лорана можно определить тип особой точки.
40. Поясните, в каких случаях разложение Лорана применяется вместо ряда Тейлора.
41. Дайте определение вычета функции в точке и объясните его аналитическое значение.
42. Объясните геометрическую интерпретацию вычета как среднее изменение аргумента функции.
43. Перечислите основные методы вычисления вычетов и объясните каждый из них.
44. Объясните, как вычисляется вычет функции в полюсе первого порядка.
45. Объясните метод вычисления вычета через разложение функции в ряд Лорана.

46. Сформулируйте теорему Коши о вычетах и поясните её практическую ценность.
47. Определите правило вычисления контурного интеграла через сумму вычетов.
48. Объясните метод вычисления действительных несобственных интегралов с помощью комплексного анализа.
49. Приведите пример использования вычетов для вычисления интегралов Фурье-типа.
50. Объясните, в чём преимущество метода вычетов по сравнению с прямыми методами интегрирования.
51. Дайте определение преобразованию Лапласа и объясните его роль в решении дифференциальных уравнений.
52. Объясните, что называют оригиналом функции и что называют её изображением.
53. Запишите условия существования преобразования Лапласа.
54. Поясните линейность преобразования Лапласа и приведите примеры её использования.
55. Сформулируйте теорему о смещении (сдвиге) в области оригиналов и изображений.
56. Объясните смысл преобразования Лапласа от производной функции.
57. Опишите процесс вычисления преобразования Лапласа от интеграла функции.
58. Поясните, как формулируется теорема о свёртке и почему она важна.
59. Объясните особенности вычисления преобразования Лапласа от периодических функций.
60. Приведите алгоритм решения дифференциального уравнения с помощью преобразования Лапласа.
61. Объясните метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.

62. Дайте определение обратному преобразованию Лапласа и объясните его смысл.
63. Объясните метод разложения на простые дроби при нахождении обратного преобразования Лапласа.
64. Раскройте понятие полюсов изображения и их роли в обратном преобразовании Лапласа.
65. Поясните значение интеграла Бромвича для восстановления оригинала.
66. Определите преобразование Лапласа для  $\delta$ -функции Дирака.
67. Поясните свойства преобразования Лапласа ступенчатой функции Хевисайда.
68. Опишите использование операционного исчисления в электрических цепях.
69. Объясните основные преимущества применения преобразования Лапласа в инженерных задачах.
70. Поясните, почему преобразование Лапласа применяется для анализа переходных процессов.
71. Определите проблемные моменты и ограничения метода преобразования Лапласа.
72. Объясните применение преобразования Лапласа для решения интегральных уравнений.
73. Приведите пример решения системы линейных дифференциальных уравнений методом Лапласа.
74. Определите значение начальных условий в операционном методе.
75. Объясните роль операционных таблиц в практических расчётах.
76. Поясните особенности оригиналов, растущих не быстрее экспоненты.
77. Определите изображение показательной функции и объясните его свойства.
78. Объясните особенности работы с кусочно-непрерывными функциями в контексте Лапласа.

79. Приведите физический смысл преобразования Лапласа при моделировании процессов.
80. Объясните, как Лаплас преобразует систему дифференциальных уравнений в систему алгебраических.
81. Дайте определение вероятностного пространства и объясните роль каждого его компонента.
82. Объясните основные операции над событиями и запишите их свойства.
83. Сформулируйте классическое определение вероятности и приведите примеры его применения.
84. Дайте определение геометрической вероятности и поясните смысл её нахождения.
85. Объясните статистическое определение вероятности и условия его справедливости.
86. Дайте определение условной вероятности и объясните формулу её вычисления.
87. Сформулируйте формулу полной вероятности и объясните её практическое применение.
88. Поясните формулу Байеса и приведите примеры её использования.
89. Дайте определение независимых событий и поясните условия независимости.
90. Объясните математическую модель схемы Бернулли и её основные свойства.
91. Запишите формулу Бернулли для вероятностей и поясните её смысл.
92. Дайте определение дискретной случайной величине и объясните её закон распределения.
93. Объясните понятие непрерывной случайной величины и плотности распределения.
94. Запишите определение функции распределения и её свойства.
95. Дайте определение математического ожидания и поясните его интерпретацию.

96. Раскройте понятия дисперсии и среднего квадратичного отклонения.
97. Объясните особенности распределений: Бернулли, биномиального и пуассоновского.
98. Дайте характеристику равномерного, экспоненциального и нормального распределений.
99. Объясните сущность корреляционного и регрессионного анализа.
100. Поясните метод наименьших квадратов при построении регрессионного уравнения.