

## **Итоговые контрольные вопросы по «Высшей математике–3»**

1. Дайте определение комплексного числа в алгебраической форме и объясните его геометрическую интерпретацию на комплексной плоскости.
2. Объясните, как выводится тригонометрическая форма комплексного числа и в каких случаях её использование наиболее удобно.
3. Запишите показательную форму комплексного числа и раскройте роль формулы Эйлера при её построении.
4. Сформулируйте и докажите формулу Муавра, а также приведите примеры её применения для возведения комплексных чисел в степень.
5. Объясните процесс извлечения корней из комплексного числа и опишите геометрическое расположение корней на комплексной плоскости.
6. Покажите, как вычисляется модуль и аргумент комплексного числа, и объясните их геометрический смысл.
7. Что представляет собой плоскость Аргана и как на ней изображаются комплексные числа?
8. Опишите процедуру выполнения основных операций над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление.
9. Раскройте понятие многозначного аргумента комплексного числа и его особенности.
10. Дайте определение функции комплексного переменного и приведите несколько типичных примеров таких функций.
11. Объясните, каким образом определяется область определения функции комплексного переменного.
12. Дайте строгое определение предела функции комплексного переменного и сравните его с пределом в действительном анализе.
13. Опишите условия непрерывности функции комплексного переменного.
14. Объясните, что означает дифференцируемость функции комплексного переменного и чем она отличается от дифференцируемости в действительной области.

15. Запишите уравнения Коши–Римана и объясните их аналитический и геометрический смысл.
16. Дайте определение аналитической функции и перечислите её важнейшие свойства.
17. Дайте определение гармонической функции и объясните её связь с уравнением Лапласа.
18. Объясните, каким образом по гармонической функции можно восстановить аналитическую функцию.
19. Дайте определение интеграла от функции комплексного переменного по контуру и опишите основные свойства контурного интегрирования.
20. Сформулируйте теорему Коши о циркуляции и поясните её значение в комплексном анализе.
21. Запишите интегральную формулу Коши и объясните, как она используется для вычисления значений аналитической функции.
22. Выведите обобщённую интегральную формулу Коши для производных аналитической функции.
23. Объясните физико-геометрический смысл аналитичности функции в окрестности точки.
24. Раскройте понятие особой точки функции комплексного переменного и необходимость её классификации.
25. Объясните поведение аналитической функции в окрестности полюса первого порядка.
26. Дайте определение ветвления и многозначности для функций типа  $\sqrt{z}$  и  $\ln(z)$ .
27. Поясните, зачем используется аналитическое продолжение и в каких случаях оно необходимо.
28. Объясните различие между устранимой особенностью, полюсом и существенной особенностью функции.
29. Охарактеризуйте особенности поведения функции в окрестности существенной особенности.

30. Приведите примеры функций, обладающих различными типами особых точек, и объясните их особенности.
  31. Дайте определение степенного ряда и объясните понятие области его сходимости.
  32. Объясните правила и условия разложения функции в ряд Тейлора.
  33. Запишите общее выражение для ряда Тейлора и поясните смысл его коэффициентов.
  34. Поясните, каким образом определяется радиус сходимости ряда Тейлора.
  35. Дайте определение ряда Лорана и запишите его общее выражение.
  36. Объясните, как формируются внутреннее и внешнее кольца сходимости ряда Лорана.
  37. Дайте классификацию изолированных особых точек функции комплексного переменного.
  38. Объясните особенности поведения функции вблизи полюса высшего порядка.
- 
39. Объясните, как по разложению Лорана можно определить тип особой точки.
  40. Поясните, в каких случаях разложение Лорана применяется вместо ряда Тейлора.
  41. Дайте определение вычета функции в точке и объясните его аналитическое значение.
  42. Объясните геометрическую интерпретацию вычета как среднее изменение аргумента функции.
  43. Перечислите основные методы вычисления вычетов и объясните каждый из них.
  44. Объясните, как вычисляется вычет функции в полюсе первого порядка.
  45. Объясните метод вычисления вычета через разложение функции в ряд Лорана.

46. Сформулируйте теорему Коши о вычетах и поясните её практическую ценность.
47. Определите правило вычисления контурного интеграла через сумму вычетов.
48. Объясните метод вычисления действительных несобственных интегралов с помощью комплексного анализа.
49. Приведите пример использования вычетов для вычисления интегралов Фурье-типа.
50. Объясните, в чём преимущество метода вычетов по сравнению с прямыми методами интегрирования.
51. Дайте определение преобразованию Лапласа и объясните его роль в решении дифференциальных уравнений.
52. Объясните, что называют оригиналом функции и что называют её изображением.
53. Запишите условия существования преобразования Лапласа.
54. Поясните линейность преобразования Лапласа и приведите примеры её использования.
55. Сформулируйте теорему о смещении (сдвиге) в области оригиналов и изображений.
56. Объясните смысл преобразования Лапласа от производной функции.
57. Опишите процесс вычисления преобразования Лапласа от интеграла функции.
58. Поясните, как формулируется теорема о свёртке и почему она важна.
59. Объясните особенности вычисления преобразования Лапласа от периодических функций.
60. Приведите алгоритм решения дифференциального уравнения с помощью преобразования Лапласа.
61. Объясните метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.

62. Дайте определение обратному преобразованию Лапласа и объясните его смысл.
63. Объясните метод разложения на простые дроби при нахождении обратного преобразования Лапласа.
64. Раскройте понятие полюсов изображения и их роли в обратном преобразовании Лапласа.
65. Поясните значение интеграла Бромвича для восстановления оригинала.
66. Определите преобразование Лапласа для  $\delta$ -функции Дирака.
67. Поясните свойства преобразования Лапласа ступенчатой функции Хевисайда.
68. Опишите использование операционного исчисления в электрических цепях.
69. Объясните основные преимущества применения преобразования Лапласа в инженерных задачах.
70. Поясните, почему преобразование Лапласа применяется для анализа переходных процессов.
71. Определите проблемные моменты и ограничения метода преобразования Лапласа.
72. Объясните применение преобразования Лапласа для решения интегральных уравнений.
73. Приведите пример решения системы линейных дифференциальных уравнений методом Лапласа.
74. Определите значение начальных условий в операционном методе.
75. Объясните роль операционных таблиц в практических расчётах.
76. Поясните особенности оригиналов, растущих не быстрее экспоненты.
77. Определите изображение показательной функции и объясните его свойства.
78. Объясните особенности работы с кусочно-непрерывными функциями в контексте Лапласа.

79. Приведите физический смысл преобразования Лапласа при моделировании процессов.
80. Объясните, как Лаплас преобразует систему дифференциальных уравнений в систему алгебраических.
81. Дайте определение вероятностного пространства и объясните роль каждого его компонента.
82. Объясните основные операции над событиями и запишите их свойства.
83. Сформулируйте классическое определение вероятности и приведите примеры его применения.
84. Дайте определение геометрической вероятности и поясните смысл её нахождения.
85. Объясните статистическое определение вероятности и условия его справедливости.
86. Дайте определение условной вероятности и объясните формулу её вычисления.
87. Сформулируйте формулу полной вероятности и объясните её практическое применение.
88. Поясните формулу Байеса и приведите примеры её использования.
89. Дайте определение независимых событий и поясните условия независимости.
90. Объясните математическую модель схемы Бернулли и её основные свойства.
91. Запишите формулу Бернулли для вероятностей и поясните её смысл.
92. Дайте определение дискретной случайной величине и объясните её закон распределения.
93. Объясните понятие непрерывной случайной величины и плотности распределения.
94. Запишите определение функции распределения и её свойства.
95. Дайте определение математического ожидания и поясните его интерпретацию.

96. Раскройте понятия дисперсии и среднего квадратичного отклонения.
97. Объясните особенности распределений: Бернулли, биномиального и пуассоновского.
98. Дайте характеристику равномерного, экспоненциального и нормального распределений.
99. Объясните сущность корреляционного и регрессионного анализа.
100. Поясните метод наименьших квадратов при построении регрессионного уравнения.